Ngày soạn:

Ngày dạy:

**VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN**

**I. Mục tiêu**

1. Kiến thức: Học sinh nắm được 3 vị trí tương đối của hai đường tròn, tính chất của hai đường tròn tiếp xúc nhau ( tiếp điểm nằm trên đường nối tâm ), tính chất của hai đường tròn cắt nhau ( Hai giao điểm đối xứng nhau qua đường nối tâm )

2. Kĩ năng: Biết vận dụng tính chất hai đường tròn cắt nhau, tiếp xúc nhau vào các bài tập về tính toán và chứng minh

- Rèn luyện tính chính xác trong phát biểu, vẽ hình, tính toán.

3. Thái đô: Tích cực trong học tập, chủ động trong việc chiếm lĩnh kiến thức

**II. Chuẩn bị của giáo viên và học sinh**

1. Giáo viên: SGK, giáo án, máy tính, máy chiếu, đồ dùng dạy học kèm theo

2. Học sinh: SGK, vở ghi, thước kẻ, compa, bài tập chuẩn bị ở nhà, đồ dùng học tập

**III. Tiến trình bài giảng**

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Tính chất của đường nối tâm

- Đường nối tâm ( Đường thẳng đi qua tâm 2 đường tròn ) là trục đối xứng của hình tạo bởi hai đường tròn

Chú ý:

- Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm

- Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là đường trung trực của dây chung

2. Liên hệ giữa vị trí của hai đường tròn với đoạn nối tâm d và các bán kính R, r

a. Hai đường tròn cắt nhau

+) R – r < OO’ < R + r +) OO’ là đường trung trực của AB  
b. Hai đường tròn tiếp xúc ngoài: OO’ = R + r và A nằm trên OO’



c. Hai đường tròn tiếp xúc trong

Ta có: OO’ = R - r  
d. Hai đài đường tròn ngoài nhau: OO’ > R + r

e. Hai đường tròn đựng nhau

Ta có: OO’ < R - r  
f. Hai đường tròn đồng tâm: Ta có d = 0



**Cách viết khác**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vị trí tương đối của hai đường tròn (O;R) và (O’:r) với R > r | Số điểm chung | Hệ thức giữa d và R,r |
| Hai đường tròn cắt nhau | 2 | R - r < d < R + r |
| Hai đường tròn tiếp xúc nhau | 1 |  |
| - Tiếp xúc ngoài | d = R + r |
| - Tiếp xúc trong | d = R - r |
| Hai đường tròn không giao nhau | 0 |  |
| - Ở ngoài nhau | d > R + r |
| - (O) đựng (O’) | d < R - r |
| - (O) và (O’) đồng tâm | D = 0 |

**B. Bài tập và các dạng toán  
Dạng 1: Các bài toán liên quan đến hai đường tròn tiếp xúc nhau**

**Cách giải**: Áp dụng các kiến thức về vị trí tương đối của hai đường tròn liên quan đến trường hợp hai đường tròn tiếp xúc nhau

**Bài 1:** Cho đường tròn (O) và (O’) tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC với B thuộc (O), C thuộc (O’). Tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC ở I

a. Vẽ đường kính BOD và CO’E. Chứng minh các bộ ba điểm B, A, E và C, A, D thẳng hàng

b. Chứng minh  có diện tích bằng nhau

c. Gọi K là trung điểm của DE. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp  tiếp xúc với BC

d. Cho OA = 4,5cm, O’A = 2cm. Tính AI, BC, CA

Lời giải

a. Xét , có BI = IC = AI  vuông tại A 

Lại có điều phải chứng minh

b. Ta có 

c. Có  là hình chữ nhật ( hình bình hành có 1 góc vuông )

Vậy đường tròn ngoại tiếp  chính là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, có đường kính là IK mà  .

d. Ta có 

Xét 

Xét 

**Bài 2:** Cho hai đường tròn (O) và (O’) tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ các đường kính AOB, AO’C. Gọi DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn. Gọi M là giao điểm của BD và CE

a. Tính 

b.  là hình gì ? Vì sao ?

c. Chứng minh rằng MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn

d. Chứng minh : MD. MB = ME. MC

e. Gọi H là trung điểm của BC, chứng minh rằng  Lời giải

a. Ta có   
b. Có  là hình chữ nhật ( tứ giác có 3 góc vuông là hình chữ nhật )

c. Gọi I là giao điểm của DE và AM 



Chứng minh tương tự 

Vậy MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn

d. Ta có 



e. 

**Bài 3:** Cho ba điểm J, I, J’ cùng nằm trên 1 đường thẳng theo thứ tự đó. Cho biết IJ = 10cm, IJ’ = 4cm. Vẽ đường tròn (O) đường kính IJ và đường tròn (O’) đường kính IJ’

a. Chứng minh (O) và (O’) tiếp xúc ngoài ở I

b. Gọi A là 1 điểm trên đường tròn (O), tia AI cắt (O’) ở A’. CMR: 

c. Qua điểm I kẻ 1 cát tuyến cắt (O) ở B ( B và A thuộc hai nửa mặt phẳng bờ IJ ), cắt đường tròn (O’) ở B’. Chứng minh 

d. Chứng minh rằng 

e.  là hình gì vì sao ?

Lời giải

a. Ta có OO’ = OI + O’I vậy Hai đường tròn tiếp xúc ngoài tại I

b. Xét  có : 

c.   


Từ (1)(2) 

d. 

e. 

Tứ giác ABA’B’ có hai cạnh đối song song vậy là hình thang.

**Bài 4:** Cho 3 điểm A, B, C theo thứ tự đó trên một đường thẳng và AB = 4BC. Trên cùng một nửa măt phẳng bờ AC vẽ nửa đường tròn tâm O đường kính AB và nửa đường tròn tâm O’ có đường kính BC. Tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn có tiếp điểm với đường tròn (O) ở F với nửa đường tròn (O’) ở G, cắt các tiếp tuyến vẽ từ A và C của hai nửa đường tròn đó ở D và E. Tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn ở B cắt DE ở I

a. Chứng minh các tam giác OIO’, OID, O’IE là các tam giác vuông

b. Đặt O’C = a ( a là độ dài cho trước ). Tính BI, EG và AD theo a

c. Tính diện tích tứ giác ADEC theo a

Lời giải

a. Theo tính chất hai tia phân giác của hai góc kề bù ta có

 vuông tại I ,  vuông tại O,  vuông tại O’

b. Ta có: OB = 2BC = 4a

  




c. 

**Dạng 2 : Các bài toán liên quan đến hai đường tròn cắt nhau**

**Bài 1:** Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau ở A và B ( O và O’ thuộc hai nửa mặt phẳng bờ AB). Kẻ các đường kính BOC và BO’D

a. Chứng minh rằng ba điểm C, A, D thẳng hàng

b. Biết OO’ = 5cm, OB = 4cm, O’B = 3cm. Tính diện tích tam giác BCD

Lời giải

a. Cách 1: 

Cách 2:  có OO’ là đường trung bình 

 có OI là đường trung bình 

Từ (1)(2)  C, A, D thẳng hàng.

b. Ta có  vuông tại B  vuông tại B 

**Bài 2:** Cho hai đường tròn (O) và (O’) giao nhau tại M và N. Gọi I là trung điểm của OO’. Đường thẳng kẻ qua M vuông góc MI cắt đường tròn (O) và (O’) lần lượt ở A và B. Hai đường thẳng vuông góc với AB tại A và B cắt đường tròn (O) ở P, (O’) ở Q

a. Chứng minh rằng M là trung điểm của AB

b. MI cắt PQ ở E, chứng minh EP = EQ

c. Chứng minh HI = KI

Lời giải

a. Kẻ 

Tứ giác HKOO’ là hình thang , 

Ta lại có 

b. Ta có ME là đường trung bình của hình thang ABQP 

c. Xét , có IM là đường trung tuyến, đường cao cân tại I ( đpcm).

**Bài 3:** Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại A và B. Gọi M là trung điểm của OO’. Đường thẳng qua A cắt các đường tròn (O) và (O’) lần lượt ở C và D

a. Khi . Chứng minh AC = AD

b. Khi CD đi qua A và không vuông góc với MA

- Vẽ đường kính AE của (O), AE cắt (O’) ở H. Vẽ đường kính AF của (O’), AF cắt (O) ở G. Chứng minh AB, EG, FH đồng quy

- Tìm vị trí của CD để đoạn CD có độ dài lớn nhất

Lời giải

Vẽ  là hình thang vuông tại P và Q

a. Kẻ  và M là trung điểm của OO’



b. Xét có AB, EG, FH là ba đường cao nên đồng quy tại 1 điểm .

+) Ta có CD = 2PQ

Hình thang OPQO’ vuông tại P và Q nên OO’ > PQ

Vậy PQ lớn nhất khi PQ // OO’ hay tứ giác OO’QP là hình chữ nhật.

**Bài 4:** Cho góc vuông xOy. Lấy các điểm I và K lần lượt trên các tia Ox, Oy. Đường tròn (I ;OK) cắt tia Ox tại M ( I nằm giữa O và M), đường tròn (K,OI) cắt tia Oy tại N ( K nằm giữa O và N)

a. Chứng minh (I) và (K) luôn cắt nhau

b. Tiếp tuyến tại M của (I), tiếp tuyến tại N của (K) cắt nhau tại C. Chứng minh tứ giác OMCN là hình vuông

c. Gọi A, B là các giao điểm của (I) và (K) trong đó B ở miền trong góc xOy. Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng

d. Giả sử I và K theo thứ tự đi động trên các tia Ox và Oy sao cho OI + OK = a không đổi. Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải

a. Ta có (I) và (K) luôn cắt nhau

b. Do 

Mặt khác OMCN là hình chữ nhật OMCN là hình vuông

c. Gọi L là giao điểm của KB và MC; P là giao điểm của IB và NC OKBI là hình chữ nhật và BLMI là hình vuông.



Mà:  , có 

d. Có OMCN là hình vuông cạnh a cố định C cố định va AB luôn đi qua C.

**Dạng 3: Các bài toán về hai đường tròn không cắt nhau**

**Cách giải:** Áp dụng các kiến thức về vị trí tương đối của hai đường tròn liên quan đến trường hợp hai đường tròn không cắt nhau

**Bài 1:**